

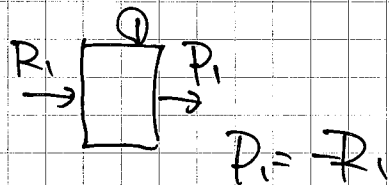
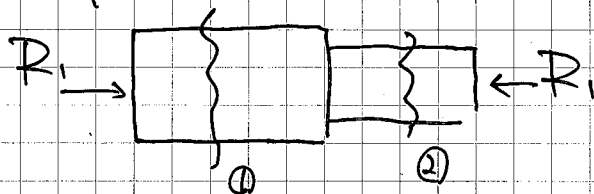
材料力学

Free Body Diagram



$$R_1 + R_2 = 0 \\ \Rightarrow R_2 = -R_1$$

Update FBD

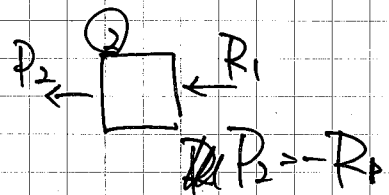


Stress in ①

$$\sigma_1 = \frac{-R_1}{A_1}$$

Stress in ②

$$\sigma_2 = \frac{-R_1}{A_2}$$



Mech. Strain

$$\epsilon_{m1} = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{-R_1}{EA_1}$$

$$\epsilon_{m2} = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{-R_1}{EA_2}$$

Therm. Strain

$$\epsilon_{T1} = \alpha \Delta T$$

$$\epsilon_{T2} = \alpha \Delta T$$

Total Strain

$$\epsilon_1 = \epsilon_{m1} + \epsilon_{T1} \\ = \frac{-R_1}{EA_1} + \alpha \Delta T$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_{m2} + \epsilon_{T2} \\ = \frac{-R_1}{EA_2} + \alpha \Delta T$$

Stretch

$$\Delta l_1 = \epsilon_1 l_1 \\ = \left(\frac{-R_1}{EA_1} + \alpha \Delta T \right) l_1$$

$$\Delta l_2 = \epsilon_2 l_2 \\ = \left(\frac{-R_1}{EA_2} + \alpha \Delta T \right) l_2$$

Total Stretch

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0$$

$$\left(\frac{-R_1}{EA_1} + \alpha \Delta T\right) l_1 + \left(\frac{-R_1}{EA_2} + \alpha \Delta T\right) l_2 = 0$$

$$\cancel{R_1} \frac{R_1}{E} \left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}\right) = \alpha \Delta T (l_1 + l_2)$$

$$R_1 = \frac{E \cdot \alpha \Delta T (l_1 + l_2)}{\left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}\right)}$$

$$= \frac{A_1 A_2 E \cdot (l_1 + l_2)}{A_2 l_1 + A_1 l_2} \alpha \cdot \Delta T$$

Stress in ①

$$\sigma_1 = -\frac{R_1}{A_1} = -\frac{A_2 E (l_1 + l_2)}{A_2 l_1 + A_1 l_2} \alpha \Delta T$$

in ②

$$\sigma_2 = -\frac{R_1}{A_2} = -\frac{A_1 E (l_1 + l_2)}{A_2 l_1 + A_1 l_2} \alpha \Delta T$$

Displacement at B.

$$\Delta l_1 = \left(\frac{-R_1}{EA_1} + \alpha \Delta T\right) l_1$$

$$= \left(\frac{-1}{E A_1} \cdot \frac{A_1 A_2 E (l_1 + l_2)}{A_2 l_1 + A_1 l_2} \alpha \Delta T + \alpha \Delta T\right) l_1$$

$$\left(1 - \frac{A_2 (l_1 + l_2)}{A_2 l_1 + A_1 l_2}\right) \alpha \Delta T l_1$$

$$= \frac{A_2 l_1 + A_1 l_2 - A_2 l_1 - A_2 l_2}{A_2 l_1 + A_1 l_2} \alpha \Delta T l_1 = \frac{(A_1 - A_2) \alpha \Delta T l_1 l_2}{A_2 l_1 + A_1 l_2}$$

流体力学

(1) $\theta = \pi$ の点はよどみ点である。この点と、そこから十分上流の間の流線におけるベルヌーイの式を考える。(どことどここの間のベルヌーイの式かを明確にしていない解答は減点)

よどみ点では流速が0であるので、

$$p(\pi) = p_0 + \frac{1}{2}\rho U^2$$

(2) 壁面の上における流速は

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{U^2(1 - \cos 2\theta)^2 + U^2(\sin 2\theta)^2} = \\ U\sqrt{1 - 2\cos 2\theta + \cos^2(2\theta) + \sin^2(2\theta)} &= U\sqrt{2 - 2\cos 2\theta} = 2U \sin \theta \end{aligned}$$

と書ける。($\cos 2\theta$ の式のままでよい)

円柱面にそう流線を考え、その流線の上でのベルヌーイの式を立てる。(どことどここの間のベルヌーイの式かを明確にしていない解答は減点)

$\theta = \pi$ の位置から θ の位置までのベルヌーイの式は

$$0 + \frac{p(\pi)}{\rho} = \frac{1}{2}V^2 + \frac{p(\theta)}{\rho}$$

問(1)の結果も入れて整理して

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{1}{2}U^2 = \frac{1}{2}V^2 + \frac{p(\theta)}{\rho}$$

より

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{1}{2}U^2 = \frac{1}{2}(2U \sin \theta)^2 + \frac{p(\theta)}{\rho}$$

よって

$$p(\theta) = p_0 + \frac{\rho}{2}U^2(1 - 4\sin^2 \theta)$$

($p_0 + \frac{\rho}{2}U^2(2\cos 2\theta - 1)$ でも正解とする)

(3) $p(\theta) = p(\pi)$ となるのは $1 = 4\sin^2 \theta_e$ のとき、すなわち $|\sin \theta_e| = \frac{1}{2}$ のときである。このとき、図で θ_e が 30° と 150° になる。

(上流側と下流側のどちらか1つだけを答えた場合は減点)

令和9年度横浜国立大学理工学部編入学試験解答用紙

学科 (EP) : 機械・材料・海洋系学科 (機械工学 EP)

試験科目: 専門科目

氏名

受験番号

熱力学

(解答はこれより下に記入すること。)

$$(1) \quad m_4 = m_1 + m_2 + m_3, \quad V_4 = V_1 + V_2 + V_3$$

$$(2) \quad m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3 = m_1 c_{v1} T_4 + m_2 c_{v2} T_4 + m_3 c_{v3} T_4$$

$$\therefore T_4 = \frac{m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3}{m_1 c_{v1} + m_2 c_{v2} + m_3 c_{v3}}$$

$$(3) \quad m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3 = m_4 c_{v4} T_4 \quad (m_1 c_{v1} T_4 + m_2 c_{v2} T_4 + m_3 c_{v3} T_4 = m_4 c_{v4} T_4)$$

$$c_{v4} = \frac{m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3}{m_4 T_4} = \frac{m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3}{m_4} \cdot \frac{m_1 c_{v1} + m_2 c_{v2} + m_3 c_{v3}}{m_1 c_{v1} T_1 + m_2 c_{v2} T_2 + m_3 c_{v3} T_3}$$

$$\therefore c_{v4} = \frac{m_1 c_{v1} + m_2 c_{v2} + m_3 c_{v3}}{m_4}$$

$$(4) \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p'_1 V_4}{T_4} \Rightarrow p'_1 = \frac{T_4}{V_4} \frac{p_1 V_1}{T_1}, \quad \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p'_2 V_4}{T_4} \Rightarrow p'_2 = \frac{T_4}{V_4} \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{p_3 V_3}{T_3} = \frac{p'_3 V_4}{T_4} \Rightarrow p'_3 = \frac{T_4}{V_4} \frac{p_3 V_3}{T_3}$$

$$\therefore p_4 = p'_1 + p'_2 + p'_3 = \frac{T_4}{V_4} \cdot \left(\frac{V_1}{T_1} p_1 + \frac{V_2}{T_2} p_2 + \frac{V_3}{T_3} p_3 \right)$$

$$(5) \quad \Delta S_1 = \int_1^4 \left(\frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T} \right) = \int_1^4 \left(\frac{m c_v dT}{T} + \frac{m R dV}{V} \right) = \int_1^4 \left(\frac{m_1 c_{v1} dT}{T} + \frac{m_1 R_1 dV}{V} \right)$$

$$= \int_1^4 m_1 c_{v1} \left(\frac{dT}{T} \right) + \int_1^4 m_1 R_1 \left(\frac{dV}{V} \right) = m_1 c_{v1} \ln \left(\frac{T_4}{T_1} \right) + m_1 R_1 \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \right)$$

$$= m_1 c_{v1} \ln \left(\frac{T_4}{T_1} \right) + \frac{p_1 V_1}{T_1} \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \right)$$

$$\Delta S_2 = \int_2^4 \left(\frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T} \right) = \int_2^4 \left(\frac{m c_v dT}{T} + \frac{m R dV}{V} \right) = \int_2^4 \left(\frac{m_2 c_{v2} dT}{T} + \frac{m_2 R_2 dV}{V} \right)$$

$$= \int_2^4 m_2 c_{v2} \left(\frac{dT}{T} \right) + \int_2^4 m_2 R_2 \left(\frac{dV}{V} \right) = m_2 c_{v2} \ln \left(\frac{T_4}{T_2} \right) + m_2 R_2 \ln \left(\frac{V_4}{V_2} \right)$$

$$= m_2 c_{v2} \ln \left(\frac{T_4}{T_2} \right) + \frac{p_2 V_2}{T_2} \ln \left(\frac{V_4}{V_2} \right)$$

----- (解答はこれより下に記入すること。) -----

$$\begin{aligned}\Delta S_3 &= \int_3^4 \left(\frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T} \right) = \int_3^4 \left(\frac{mc_v dT}{T} + \frac{mRdV}{V} \right) = \int_3^4 \left(\frac{m_3 c_{v3} dT}{T} + \frac{m_3 R_3 dV}{V} \right) \\ &= \int_3^4 m_3 c_{v3} \left(\frac{dT}{T} \right) + \int_3^4 m_3 R_3 \left(\frac{dV}{V} \right) = m_3 c_{v3} \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right) + m_3 R_3 \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) \\ &= m_3 c_{v3} \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right) + \frac{p_3 V_3}{T_3} \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right)\end{aligned}$$

$$\therefore \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$$

$$\begin{aligned}&= m_1 c_{v1} \ln \left(\frac{T_4}{T_1} \right) + \frac{p_1 V_1}{T_1} \ln \left(\frac{V_4}{V_1} \right) + m_2 c_{v2} \ln \left(\frac{T_4}{T_2} \right) + \frac{p_2 V_2}{T_2} \ln \left(\frac{V_4}{V_2} \right) \\ &\quad + m_3 c_{v3} \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right) + \frac{p_3 V_3}{T_3} \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right)\end{aligned}$$